V^T-Regression 1

Aus einer Untersuchung über den Einfluss der beiden Variablen U und X auf die Größe Y ergaben sich die Werte wie sie die nebenstehende Wertetabelle zeigt.

u_i	x_i	y_i
1	1	1,2
1	2	1,4
1	3	2
2	1	2,5
2	2	3,2
2	3	3,4
3	1	3,7
3	2	3,9
3	3	4,3

Gesucht ist ein Regressionsfunktion nach dem multiplen Modell
$\hat{y}(u, x) = a_0 + a_1 u + a_2 x + a_3 u^2 + a_4 x^2 + a_5 u x$

a) Formulieren Sie die VANDERMONDE-Matrix für dieses Regressionsmodell
b) Die Lösung ist
$\boldsymbol{a} = (-1{,}4444;\ 2{,}45;\ 0{,}4167;\ -0{,}2833;\ 0{,}0167; -0{,}05)^T$
Bestimmen Sie für das Szenario $u = 2$, $x = 4$ die beste Schätzung.
c) Erläutern Sie, was man unter einer multiplen Regression versteht.

V^T-Regression 2

Zwischen der Größe Y und der Einflussvariablen X wird folgender Zusammenhang vermutet: $\hat{y} = a_0 + a_1 x^2 + a_2 \cdot \frac{1}{x}$

Aus einer entsprechenden Untersuchung ging die nebenstehende nebenstehende Wertetabelle hervor.

x_i	y_i
2	10
4	6
6	3
5	4

Gesucht ist ein Regressionsfunktion nach dem genannten Modell.

a) Formulieren Sie die VANDERMONDE-Matrix für dieses Regressionsmodell
b) Erstellen Sie ein Schema zur Berechnung der a_i.
Bestimmen Sie die Gleichung der Regressionsfunktion
c) Berechnen Sie den besten Schätzwert $\hat{y}(3)$.
d) Geben Sie eine Funktionsgleichung für ein nichtlineares Regressionsmodell an.

V^T-Regression 3

Aus einer Untersuchung über den Einfluss der beiden Variablen U und X auf die Größe Y ergaben sich die Werte wie sie die nebenstehende Wertetabelle zeigt.

u_i	x_i	y_i
–1	2	12
–2	2	10
1	3	15
2	4	8
4	2	16

Gesucht ist ein Regressionsfunktion nach dem multiplen Modell
$\hat{y}(u, x) = a_0 + a_1 u^2 + a_2 x^2$

a) Formulieren Sie die VANDERMONDE-Matrix für dieses Regressionsmodell
b) Erstellen Sie ein Schema zur Berechnung der a_i.
Bestimmen Sie die Gleichung der Regressionsfunktion
c) Bestimmen Sie für das Szenario $u = 3$, $x = 1$ die beste Schätzung $\hat{y}(3; 1)$
d) Wieso muss zur Berechnung der Regressionskoeffizienten der Vektor $\boldsymbol{y}$ mit der Transponierten $\boldsymbol{V}^T$ multipliziert werden?

REIHEN-INTEGRATION 1

a) Das bestimmte Integral $\int_{0,2}^{0,85} e^x \sin x \, dx$ ist zu bestimmen. Genauigkeit: $\varepsilon \le 1 \cdot 10^{-3}$

Benutzen Sie dazu $e^x \sin x = \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots\right) \cdot \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + - \ldots\right)$

$$= x + x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{30} - \frac{x^6}{90} - \frac{x^7}{630} - \frac{x^9}{22680} - \ldots \qquad \text{bis } k = 9$$

b) Für die Reihenentwicklung von $\sqrt[3]{a+x} = (a+x)^{\frac{1}{3}}$

benötigt man auch den Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k} = \binom{1/3}{3}$. Ermitteln Sie diesen.

REIHEN-INTEGRATION 2

Die Funktion zu $f(x) = \sin\sqrt{x}$ ist gegeben.

a) Formulieren Sie die entsprechende Potenzreihe für *f*.

b) Bestimmen Sie $\int_0^2 \sin\sqrt{x} \, dx$ auf 3 Nachkommastellen genau.

REIHEN-INTEGRATION 3

Die Funktion zu $f(x) = \sqrt{1 - x^3}$ ist gegeben.

a) Formulieren Sie die entsprechende Potenzreihe für *f*.

b) Bestimmen Sie $\int_0^{0,8} \sqrt{1 - x^3} \, dx$ auf 3 Nachkommastellen genau.

$$\sqrt{(1-z)} = 1 - \frac{1}{2}z - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}z^2 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}z^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}z^4 - \ldots \qquad \text{für } |z| < 1$$

$$z = x^3 \Rightarrow \sqrt{(1-x^3)} = 1 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{8}x^6 - \frac{1}{16}x^9 - \frac{5}{128}x^{12} - \frac{7}{256}x^{15} \ldots$$

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^3}\,dx = \left[x - \frac{x^4}{8} - \frac{x^7}{56} - \frac{x^{10}}{160} - \frac{x^{13}}{1664} - \frac{x^{16}}{3840} - \ldots\right]_0^1$$

SIMPSON-Methode 1

a) Bestimmen Sie den Näherungswert des Integrals $\int_0^{1,96} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$ mit Hilfe der SIMPSON-Regel.

Arbeiten Sie mit 11 Stützpunkten. Sie erhalten das Ergebnis mit der Genauigkeit $\varepsilon = 1\cdot 10^{-3}$.

b) Begründen Sie, wieso bei der SIMPSON-Regel eine Näherung mit quadratischen Funktionen stattfindet.

SIMPSON-Methode 2

$y = f(x)$ ist durch nebenstehende Wertetabelle gegeben.

a) Bestimmen Sie den Inhalt $\int_1^9 f(x)\,dx$ mit der SIMPSON-Regel.

b) Worin besteht der Unterschied zwischen der KEPLER'schen Fassregel und der SIMPSON-Regel?

x	y
1	0,00
2	0,69
3	1,10
4	1,39
5	1,61
6	1,79
7	1,95
8	2,08
9	2,20